

SEGUNDO PARCIAL CO3121

1. Dos máquinas, A y B son utilizadas para producir ciertas piezas de sección circular, cuyo diámetro nominal es 7.3 mm. El diámetro en mm de las piezas producidas por la máquina A es una variable con distribución $N(7.3, 2.5 \times 10^{-3})$, mientras que para las piezas producidas por la máquina B, el diámetro se distribuye $N(7.32, 8.1 \times 10^{-3})$. Cuando el diámetro de una pieza producida es inferior a 7.25 mm, la pieza debe ser desechada, sin posibilidad de recuperación. ¿Cual de las dos máquinas es preferible, en el sentido de producir menos piezas desechadas? (8 pts)

2. El tiempo de vida de un dispositivo, medido en horas, es una variable aleatoria continua X , con densidad de probabilidad

$$f(x) = \frac{c}{x^{5/2}}, \quad x \geq 2.$$

- (a) Hallar la constante positiva c .
(b) Si n de estos dispositivos arrancan a funcionar simultáneamente, hallar la probabilidad de que todos sigan funcionando a las x horas de haber arrancado, para $x \geq 2$.
(c) Hallar x_h , en función de n , tal que

$$\Pr(\text{ todos los dispositivos siguen funcionando a las } x_h \text{ horas}) = 1/2.$$

(9 pts)

3. El par de variables continuas (X, Y) tiene densidad conjunta

$$f(x, y) = \lambda^2 e^{-\lambda y}, \quad \text{en la región } 0 < x < y.$$

X representa el tiempo que un cliente tiene que esperar en cola, al entrar a un sistema, antes de ser atendido, mientras que Y representa el tiempo total del cliente en el sistema: tiempo en cola + tiempo de atención.

- (a) Determine las densidades marginales de X e Y ;
(b) Determine $\Pr(2X < Y)$. ¿Como podemos interpretar esta probabilidad? (9 pts)

4. La velocidad V a la que se mueve una partícula de masa m , es una variable aleatoria con distribución $N(0,1)$. La energía cinética de esta partícula viene dada por

$$E = \frac{1}{2}mV^2.$$

- (a) Hallar la densidad de probabilidad de E .
(b) Determine el valor de e_c tal que $\Pr(E > e_c) = 0.2$. (9 pts)

Principales Distribuciones

Distribución	$p(x)$ o $f(x)$	Rango(X)
Bin(n, p)	$\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$	$\{0, 1, 2, \dots, n\}$
Geo(p)	$(1-p)^{x-1} p$	$\{0, 1, 2, \dots\}$
BinNeg(k, p)	$\binom{x-1}{k-1} p^k (1-p)^{x-k}$	$\{k, k+1, k+2, \dots\}$
Poisson(λ)	$e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$	$\{0, 1, 2, \dots\}$
N(μ, σ^2)	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$	$x \in \mathbb{R}$
Unif(a, b)	$\frac{1}{b-a}$	$a < x < b$
exp(λ)	$\lambda e^{-\lambda x}$	$x > 0$
Gamma(α, λ)	$\frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x}$	$x > 0$

Función de Distribución Acumulativa N(0,1): $F(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2} du$

x	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.5	0.50398	0.50797	0.51196	0.51595	0.51993	0.52392	0.5279	0.53188	0.53585
0.1	0.53982	0.54379	0.54775	0.55171	0.55567	0.55961	0.56355	0.56749	0.57142	0.57534
0.2	0.57925	0.58316	0.58706	0.59095	0.59483	0.5987	0.60256	0.60641	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62171	0.62551	0.6293	0.63307	0.63683	0.64057	0.6443	0.64802	0.65173
0.4	0.65542	0.65909	0.66275	0.6664	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68438	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69846	0.70194	0.7054	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.7224
0.6	0.72574	0.72906	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75174	0.7549
0.7	0.75803	0.76114	0.76423	0.7673	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.7823	0.78523
0.8	0.78814	0.79102	0.79389	0.79673	0.79954	0.80233	0.8051	0.80784	0.81057	0.81326
0.9	0.81593	0.81858	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83397	0.83645	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84613	0.84849	0.85083	0.85314	0.85542	0.85769	0.85992	0.86214
1.1	0.86433	0.8665	0.86864	0.87076	0.87285	0.87492	0.87697	0.87899	0.88099	0.88297
1.2	0.88493	0.88686	0.88876	0.89065	0.89251	0.89435	0.89616	0.89795	0.89972	0.90147
1.3	0.90319	0.9049	0.90658	0.90824	0.90987	0.91149	0.91308	0.91465	0.9162	0.91773
1.4	0.91924	0.92073	0.92219	0.92364	0.92506	0.92647	0.92785	0.92921	0.93056	0.93188
1.5	0.93319	0.93447	0.93574	0.93699	0.93821	0.93942	0.94062	0.94179	0.94294	0.94408
1.6	0.9452	0.9463	0.94738	0.94844	0.94949	0.95052	0.95154	0.95254	0.95352	0.95448
1.7	0.95543	0.95636	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96079	0.96163	0.96246	0.96327
1.8	0.96406	0.96485	0.96562	0.96637	0.96711	0.96784	0.96855	0.96925	0.96994	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97319	0.97381	0.97441	0.975	0.97558	0.97614	0.9767
2.0	0.97724	0.97778	0.9783	0.97882	0.97932	0.97981	0.9803	0.98077	0.98123	0.98169
2.1	0.98213	0.98257	0.98299	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98499	0.98537	0.98573
2.2	0.98609	0.98644	0.98679	0.98712	0.98745	0.98777	0.98808	0.98839	0.98869	0.98898
2.3	0.98927	0.98955	0.98982	0.99009	0.99035	0.99061	0.99086	0.9911	0.99134	0.99157
2.4	0.9918	0.99202	0.99223	0.99245	0.99265	0.99285	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99429	0.99445	0.99461	0.99476	0.99491	0.99505	0.9952
2.6	0.99533	0.99547	0.9956	0.99573	0.99585	0.99597	0.99609	0.9962	0.99631	0.99642
2.7	0.99653	0.99663	0.99673	0.99683	0.99692	0.99702	0.9971	0.99719	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99759	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99794	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99824	0.9983	0.99835	0.99841	0.99846	0.99851	0.99855	0.9986
3.0	0.99865	0.99869	0.99873	0.99877	0.99881	0.99885	0.99889	0.99892	0.99896	0.99899
3.1	0.99903	0.99906	0.99909	0.99912	0.99915	0.99918	0.99921	0.99923	0.99926	0.99928
3.2	0.99931	0.99933	0.99935	0.99938	0.9994	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99949
3.3	0.99951	0.99953	0.99954	0.99956	0.99958	0.99959	0.99961	0.99962	0.99963	0.99965
3.4	0.99966	0.99967	0.99968	0.99969	0.9997	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975